

MINISTERUL EDUCAȚIEI



• Ion Cicu • Silvia Mareș • Ioana Iacob
• Răzvan Ceucă • Andrei Băleanu • David Brumar

MATEMATICĂ

clasa a VII-a



Cuprins

UNITATEA

1

La revedere, vacanță!

8

Recapitulare.	9
Evaluare inițială	11

UNITATEA

Competențe specifice: 1.1., 2.1., 4.1.

2

Mulțimea numerelor reale

12

Rădăcina pătrată a pătratului unui număr natural	13
Estimarea rădăcinii pătrate dintr-un număr rațional	16
Scoaterea factorilor de sub radical. Introducerea factorilor sub radical.	19
Numere iraționale, exemple. Mulțimea numerelor reale. Incluziunile $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$	21
Compararea și ordonarea numerelor reale.	25
Reprezentarea numerelor reale pe axa numerelor prin aproximări. Modulul unui număr real (definiție, proprietăți)	27
Recapitulare.	30
Evaluare	31
Exersezi și progresezi!	32

UNITATEA

Competențe specifice: 3.1., 5.1., 6.1.

3

Operații cu numere reale

33

Adunarea și scăderea numerelor reale.	34
Înmulțirea și împărțirea numerelor reale	37
Puteri cu exponent număr întreg. Raționalizarea numitorilor de forma $a\sqrt{b}$	40
Media aritmetică ponderată a n numere reale, $n \geq 2$. Media geometrică a două numere reale pozitive.	43
Ecuatii de forma $x^2 = a$, unde $a \in \mathbb{R}$	46
Recapitulare.	48
Evaluare	49
Exersezi și progresezi.	50

UNITATEA

Competențe specifice: 1.1., 2.2., 3.2, 4.2., 5.2., 6.2.

4

Ecuatii și sisteme de ecuații liniare

51

Transformarea unei egalități într-o egalitate echivalentă. Identități	52
Ecuatii de forma $ax + b = 0$, unde $a, b \in \mathbb{R}$. Mulțimea soluțiilor unei ecuații. Ecuatii echivalente	54
Sisteme de două ecuații liniare cu două necunoscute.	57
Rezolvarea sistemelor de două ecuații liniare cu două necunoscute prin metoda substituției.	59
Rezolvarea sistemelor de două ecuații liniare cu două necunoscute prin metoda reducerii.	61

Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor sau al sistemelor de ecuații liniare	63
Recapitulare.	66
Evaluare	67
Exersezi și progresezi	68

UNITATEA

Competențe specifice: 1.1., 2.3., 3.3., 4.3., 5.3., 6.3.

5

Elemente de organizare a datelor

69

Produsul cartezian a două mulțimi nevide. Sistem de axe ortogonale în plan. Reprezentarea într-un sistem de axe ortogonale a unor perechi de numere reale	70
Reprezentarea punctelor într-un sistem de axe ortogonale. Distanța dintre două puncte din plan.	74
Reprezentarea și interpretarea unor dependențe funcționale prin tabele, diagrame și grafice.	
Poligonul frecvențelor	77
Investigație	83
Recapitulare.	84
Evaluare	86
Exersezi și progresezi.	87

UNITATEA

Competențe specifice: 1.4., 2.4., 3.4., 4.4., 5.4., 6.4.

6

Patrulaterul

89

Patrulaterul convex. Suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex	90
Paralelogramul: proprietăți.	94
Aplicații în geometria triunghiului: linie mijlocie în triunghi, centrul de greutate al unui triunghi	99
Paralelograme particulare: dreptunghi; proprietăți.	103
Paralelograme particulare: romb; proprietăți.	106
Paralelograme particulare: pătrat; proprietăți	109
Trapezul, clasificare, proprietăți. Linia mijlocie în trapez. Trapezul isoscel; proprietăți	112
Perimetre și arii: paralelogram, paralelograme particulare, triunghi, trapez.	117
Recapitulare.	122
Evaluare	123
Exersezi și progresezi.	124

UNITATEA

Competențe specifice: 1.5., 2.5., 3.5., 4.5., 5.5., 6.5.

7

Cercul

125

Unghi înscris în cerc. Coarde și arce în cerc. Proprietăți	126
Tangente dintr-un punct exterior la un cerc.	131
Poligoane regulate înscrise în cerc - construcție, măsuri de unghiuri	134
Lungimea cercului și aria discului	137
Recapitulare.	140
Proiect: Geometria cercului	141
Evaluare	142
Exersezi și progresezi.	143

Segmente proporționale. Teorema paralelelor echidistante	147
Teorema lui Thales. Împărțirea unui segment în părți proporționale cu numere date	151
Reciproca teoremei lui Thales.	154
Recapitulare.	156
Evaluare	158
Exersezi și progresezi.	159

Triunghiuri asemenea. Teorema fundamentală a asemănării	161
Criterii de asemănare a triunghiurilor	165
Raportul ariilor a două triunghiuri asemenea. Aproximarea în situații practice a distanțelor folosind asemănarea.	168
Recapitulare.	172
Evaluare	174
Exersezi și progresezi.	175

Proiecții ortogonale pe o dreaptă. Teorema înălțimii. Teorema catetei	177
Teorema lui Pitagora. Reciproca teoremei lui Pitagora.	181
Noțiuni de trigonometrie în triunghiul dreptunghic: sinusul, cosinusul, tangenta și cotangenta unui unghi ascuțit.	183
Rezolvarea triunghiului dreptunghic.	187
Aplicații: calculul elementelor (latură, apotemă, arie, perimetru) în triunghiul echilateral, în pătrat și în hexagonul regulat.	190
Aproximarea în situații practice a distanțelor folosind relații metrice	193
Recapitulare.	195
Evaluare	198
Exersezi și progresezi.	199

Recapitulare finală	201
Proiect: Istoria numărului de aur.	202
Evaluare finală.	206
Evaluarea Portofoliului	207

UNITATEA

1

La revedere, vacanță!



Recapitulare

1 Scrie:

- a) mulțimea numerelor întregi mai mari decât -5 și mai mici decât 2 ;
- b) mulțimea numerelor întregi cu modulul mai mic sau egal cu 3 ;
- c) mulțimea numerelor naturale nenule mai mici decât 1 ;
- d) mulțimea numerelor întregi mai mari sau egale cu -2 și mai mici sau egale cu 4 .

2 Împarte numărul $1\,200$ în cinci părți direct proporționale cu numerele $2, 3, 4, 5$ și 6 .

3 Numerele a, b și c sunt invers proporționale cu numerele $2, 3$ și 4 . Determină a, b și c pentru care relația $a^2 + b^2 + c^2 = 976$ este adevărată. Scrie toate soluțiile posibile.

4 Calculează:

- a) $3 + (-2) - 5$;
- b) $6 - (-2) \cdot (-3)$;
- c) $5 : (-5) + (-5)$;
- d) $(-2)^3 - (-2)^2$;
- e) $|-3| + |2|$;
- f) $|-5| - |-7|$;
- g) $|(-2)^2| - |(-2)^3|$;
- h) $||-4| - |+6||$;
- i) $-1 + 3 \cdot \{-3 - 2 \cdot [-1 - (5 - 3)]\}^2$;
- j) $[(-3 - 1)^2 + 3 \cdot (-4) + (-2)^3 + 3 \cdot (-1)^4]^3$.

5 Trei autobuze pornesc, din aceeași stație, în același moment. Cursele lor au durată de $30, 45$, respectiv 50 de minute. După cât timp se vor întâlni din nou autobuzele în această stație?

6 Efectuează:

- a) $1 - \frac{1}{2} : \left(1 - \frac{1}{2}\right) : \left[-\frac{1}{5} + (-4) \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3} : (-2)\right)\right] + \frac{1}{13}$;
- b) $2 - 0,3 : [1,2 - 0,(3) \cdot 2] \cdot \left\{\frac{1}{2} + \frac{1}{5} \cdot [1 - 0,0(5) \cdot 3]\right\}$.

7 Dintr-un depozit cu hrană uscată pentru animale s-a livrat, în prima lună, o cincime din cantitate. A doua lună, s-a livrat un sfert din rest și au rămas $3\,360$ kg de hrană uscată. Câte kilograme de hrană uscată au fost la început?

8 Se consideră unghiul AOB și semidreapta OC bisectoarea lui. Fie OE bisectoarea unghiului AOC și OF bisectoarea unghiului BOC . Demonstrează că OC este și bisectoarea unghiului EOF .

9 Supplementul complementului unui unghi are măsura de 123° . Care este măsura unghiului?

10 Complementul supplementului unui unghi are măsura de 40° . Care este măsura unghiului?

11 Lucrați în pereche! Completați spațiile punctate cu răspunsurile corecte, folosindu-vă de *Figura 1*, în care dreptele d și e sunt paralele, iar dreapta f este secantă.

- Unghiurile $\hat{1}$ și $\hat{5}$ se numesc unghiuri
- Unghiurile $\hat{1}$ și $\hat{3}$ se numesc unghiuri
- Unghiurile $\hat{2}$ și $\hat{8}$ se numesc unghiuri
- Unghiurile $\hat{3}$ și $\hat{5}$ se numesc unghiuri
- Unghiurile $\hat{4}$ și $\hat{6}$ sunt unghiuri
- Unghiurile $\hat{2}$ și $\hat{7}$ sunt unghiuri

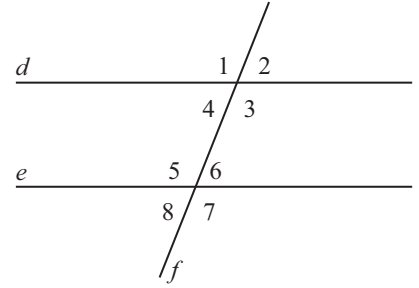


Figura 1

12 Se consideră $d \parallel e$, $f \parallel g$ și $d \perp f$. Demonstrează că $d \perp g$, $e \perp f$ și $e \perp g$.

13 Desenează cercurile $C(A, 2 \text{ cm})$ și $C(B, 4 \text{ cm})$. Precizează denumirea celor două cercuri precum și câte puncte comune au cele două cercuri în fiecare din următoarele cazuri:

- | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| a) $A = B$; | b) $AB = 1 \text{ cm}$; | c) $AB = 2 \text{ cm}$; | d) $AB = 3 \text{ cm}$; |
| e) $AB = 4 \text{ cm}$; | f) $AB = 5 \text{ cm}$; | g) $AB = 6 \text{ cm}$; | h) $AB = 7 \text{ cm}$. |

14 Un triunghi are un unghi cu măsura de 30° . Dacă triunghiul are un unghi exterior cu măsura egală cu dublul unghiului adiacent cu el, calculează măsurile unghiurilor acestui triunghi.

15 În *Figura 2* este reprezentat triunghiul ABC , în care BD este bisectoarea unghiului ABC , $D \in AC$, BE este bisectoarea unghiului ABD , $E \in AC$, iar EM , $M \in BC$, este înălțime în triunghiul BEC . Dacă măsura unghiului DBC este de 30° , iar măsura unghiului BAD este de 70° , calculează măsurile unghiurilor triunghiului ABC , măsura unghiului BEA și măsura unghiului DNM , unde punctul N reprezintă intersecția segmentelor BD și EM .

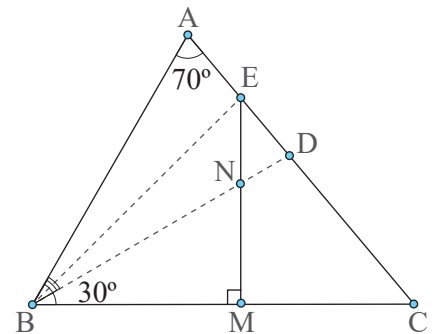


Figura 2

17 În *Figura 3* este reprezentat triunghiul isoscel ABC cu $AB \equiv AC$, în care bisectoarea unghiului B și înălțimea din A se intersectează în T . Dacă măsura unghiului ACT este egală cu 15° , determină măsurile unghiurilor triunghiului ABC .

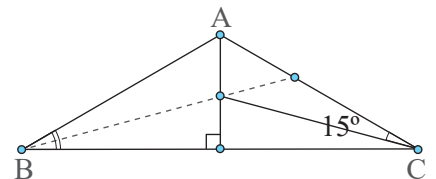


Figura 3

18 Se consideră triunghiul isoscel ABC cu $AB \equiv AC$ și BD bisectoarea unghiului ABC , $D \in AC$. Dacă triunghiurile BCD și ABD sunt isoscele, determină măsurile unghiurilor triunghiului ABC .

19 Se consideră triunghiul oarecare ABC și punctul D simetricul punctului B față de punctul A , iar punctul E simetricul punctului C față de punctul A . Demonstrează că $ED \parallel BC$.

Evaluare inițială

10p din oficiu

10p **1** Asociază fiecare operație din coloana **A** cu rezultatul corespunzător din coloana **B**.

A	B
a) $(-6) + (-3)$	1) -9
b) $(-6) \cdot (-3)$	2) -3
c) $(-6) : (-3)$	3) -2
d) $(-6) - (-3)$	4) $+2$
	5) $+18$

10p **2** Scrie în dreptul fiecărei afirmații **A**, dacă afirmația este adevărată și **F**, dacă este falsă:

- Două cercuri secante au exact trei puncte distincte în comun.
- Două cercuri tangente au exact un punct în comun, indiferent dacă sunt tangente interioare sau tangente exterioare.

10p **3** Completează spațiile punctate astfel încât să obții afirmații adevărate:

- Suma măsurilor unghiurilor într-un triunghi este de
- Cel mai mare divizor comun al numerelor 120 și 144 este

10p **4** Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. Dacă $\triangle ABC \equiv \triangle MNP$, atunci:

- A) $AB = MP$; B) $AC = MN$; C) $\sphericalangle BAC = \sphericalangle NMP$; D) $\sphericalangle ACB = \sphericalangle MNP$.

15p **5** Determină x din următoarea ecuație: $\frac{5}{4} \cdot \left[\frac{4}{5} \left(\frac{2}{3}x + \frac{3}{2} \right) + 1 \right] - \left(\frac{3}{2} \right)^2 = 3$.

15p **6** Se consideră două unghiuri adiacente suplementare $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOC$. Fie OX și OY bisectoarele unghiurilor $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOC$. Demonstrează că $OX \perp OY$.

10p **7** Dacă trei numere naturale au suma egală cu 360 și sunt direct proporționale cu numerele 2, 3 și 5, află cele trei numere.

10p **8** Fie ABC un triunghi și AM ($M \in BC$) mediană. Dacă $\sphericalangle BMA = 90^\circ$, demonstrează că triunghiul este isoscel.

UNITATEA

2

Mulțimea numerelor reale



Rădăcina pătrată a pătratului unui număr natural

Rădăcina pătrată este utilă pentru inginerii constructori atunci când trebuie să calculeze diferite lungimi.

Amintește-ți!

1 Asociază, după model, fiecărui număr de pe prima linie numărul de pe linia a doua care este pătratul său.

4	7	11	13	24	105	123
15 129	169	16	121	11 025	576	49 14

Model: Deoarece pătratul numărului 4 este 16, vom scrie (4, 16).

2 Care dintre numerele următoare sunt pătratele unor numere naturale: 36, 81, 90, 144, 196, 312? Scrie aceste numere pe caiet.



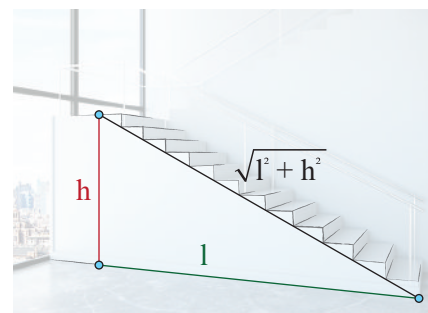
Important

- Dacă pentru numărul natural x există un număr natural y astfel încât $y^2 = x$, atunci numărul y se numește **rădăcina pătrată a numărului x** .
- Notăm $\sqrt{x} = y$. Citim: *rădăcina pătrată a lui x este egală cu y sau radical din x este egal cu y* .
- Pentru a afla rădăcina pătrată a unui număr care este pătratul unui număr natural, scriem numărul ca putere cu exponentul 2, folosind descompunerea în factori primi, deoarece $\sqrt{a^2} = a$, dacă $a \geq 0$.

Știi că... ?

Simbolul de radical are o poveste interesantă, fiind uneori notat simplu cu R (de la radix - rădăcină, în latină), sau l (de la latus - lungimea laturii unui pătrat), sau doar cu două sau mai multe puncte.

Simbolul de radical așa cum îl folosim astăzi, adică $\sqrt{\quad}$, a fost introdus de René Descartes.



Indiciu

Pătratul unui număr natural a este $a^2 = a \cdot a$.

Exemple:

- a) Deoarece $6^2 = 36$, 6 este rădăcina pătrată a lui 36.
- b) Pentru a calcula $\sqrt{225}$, descompunem în factori pe 225.
- $$\begin{aligned}\sqrt{225} &= \sqrt{3^2 \cdot 5^2} = \\ &= \sqrt{(3 \cdot 5)^2} = \sqrt{15^2} = 15.\end{aligned}$$



Figura 1: René Descartes

Observă și descoperă!

3 Copiază, pe caiet, *Tabelul 1* și *Tabelul 2* și completează căsuțele libere, după model:



a	b	\sqrt{a}	\sqrt{b}	$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$	$\sqrt{a \cdot b}$
4	9	$\sqrt{4} = 2$	$\sqrt{9} = 3$	$\sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = 2 \cdot 3 = 6$	$\sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{36} = 6$
25	4				
4	16				
36	4				

Tabelul 1



a	b	\sqrt{a}	\sqrt{b}	$\sqrt{a} : \sqrt{b}$	$\sqrt{a : b}$
16	4	$\sqrt{16} = 4$	$\sqrt{4} = 2$	$\sqrt{16} : \sqrt{4} = 4 : 2 = 2$	$\sqrt{16 : 4} = \sqrt{4} = 2$
36	9				
64	4				
100	25				

Tabelul 2

4 Compară rezultatele din ultimele două coloane, din fiecare dintre cele două tabele, și formulează o concluzie.



Important

Dacă a și b sunt pătratele a două numere naturale, atunci $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$ și $\sqrt{a} : \sqrt{b} = \sqrt{a : b}$, pentru $b \neq 0$. A doua relație se mai poate scrie și sub forma $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$.

Justificare:

Dacă $\sqrt{a} = x$ și $\sqrt{b} = y$, atunci $x^2 = a$ și $y^2 = b$. Avem că $x^2 \cdot y^2 = a \cdot b$ sau $(x \cdot y)^2 = a \cdot b$ (1).

Dacă $\sqrt{a \cdot b} = z$, atunci $z^2 = a \cdot b$ (2).

Din (1) și (2) obținem $(x \cdot y)^2 = z^2$, de unde $x \cdot y = z$, adică $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$.

Exersează!

5 Urmărind pașii din justificarea pentru înmulțire, justifică afirmația: $\sqrt{a} : \sqrt{b} = \sqrt{a : b}$.



6 Scrie în dreptul fiecărei afirmații litera **A**, dacă este adevărată sau litera **F**, dacă falsă.

- a) Rădăcina pătrată a numărului 9 este 81. c) Rădăcina pătrată a numărului 8^{100} este 4^{100} .
 b) Rădăcina pătrată a numărului 9 este 3. d) Rădăcina pătrată a numărului 8^6 este 8^3 .

7 Scrie pe caiet numerele: 9, 16, 20, 100, 121, 200, 400 și 1 000. Încercuiește-le pe acelea care sunt pătrate ale unor numere naturale.

8 Copiază pe caiet și unește, prin săgeți, fiecare căsuță de pe prima linie cu căsuța corespunzătoare din a doua linie, astfel încât cele două căsuțe să conțină valori egale.

$\sqrt{0}$	$\sqrt{1}$	$\sqrt{4}$	$\sqrt{64}$	$\sqrt{81}$	$\sqrt{121}$	$\sqrt{289}$	$\sqrt{324}$	$\sqrt{484}$
------------	------------	------------	-------------	-------------	--------------	--------------	--------------	--------------

22	13	18	11	0	9	8	2	17	1
----	----	----	----	---	---	---	---	----	---

9 Calculează rădăcina pătrată a următoarelor numere, după model:

- a) $16 \cdot 9$; b) $81 \cdot 625$; c) $5^4 \cdot 17^{10}$; d) $2020^2 \cdot 2^{2020}$; e) $22^2 \cdot 3^4 \cdot 2^6$; f) $5^6 \cdot 7^4 \cdot 10^8$.

Model: a) $\sqrt{16 \cdot 9} = \sqrt{2^4 \cdot 3^2} = \sqrt{(2^2 \cdot 3)^2} = 2^2 \cdot 3 = 12$.

10 Calculează următorii radicali:

- a) $\sqrt{2025}$; b) $\sqrt{256}$; c) $\sqrt{1024}$;
 d) $\sqrt{3^8}$; e) $\sqrt{5^8}$; f) $\sqrt{4^7}$;
 g) $\sqrt{9^3}$; h) $\sqrt{6^6 \cdot 3^2}$; i) $\sqrt{12^4 \cdot 5^8}$.

Verifică rezultatele obținute cu ajutorul calculatorului, folosind un utilitar de calcul tabelar, de exemplu Excel (Figura 2).

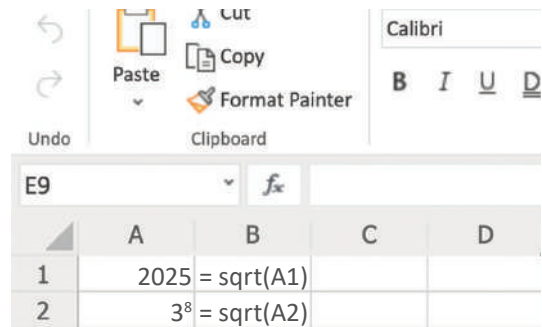


Figura 2: Foaie de lucru în Excel.

11 Calculează, folosind relația $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$ sau relația $\sqrt{a} : \sqrt{b} = \sqrt{a : b}$:

- a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$; b) $\sqrt{10} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{5}$; c) $\sqrt{1000} : \sqrt{10}$; d) $\sqrt{6^5} : \sqrt{6^3}$;
 e) $\sqrt{64} : \sqrt{2^3} : \sqrt{2}$; f) $\sqrt{5^3} : \sqrt{5}$; g) $\sqrt{18} : \sqrt{2}$; h) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{32}$.

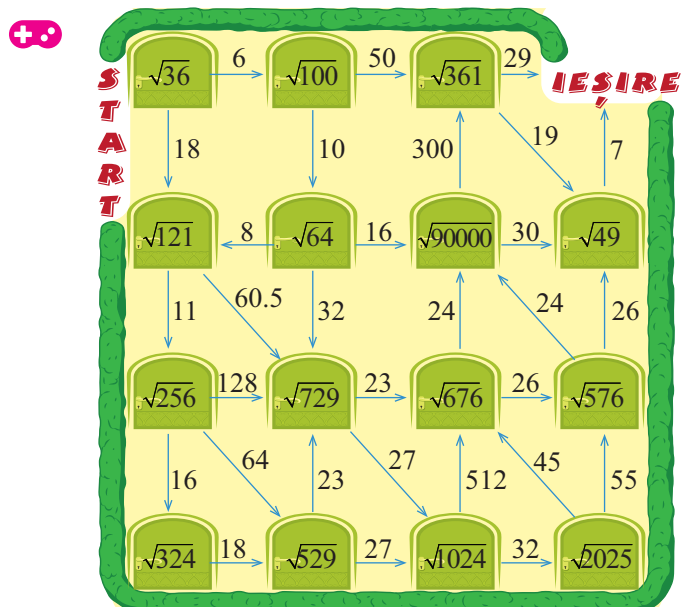
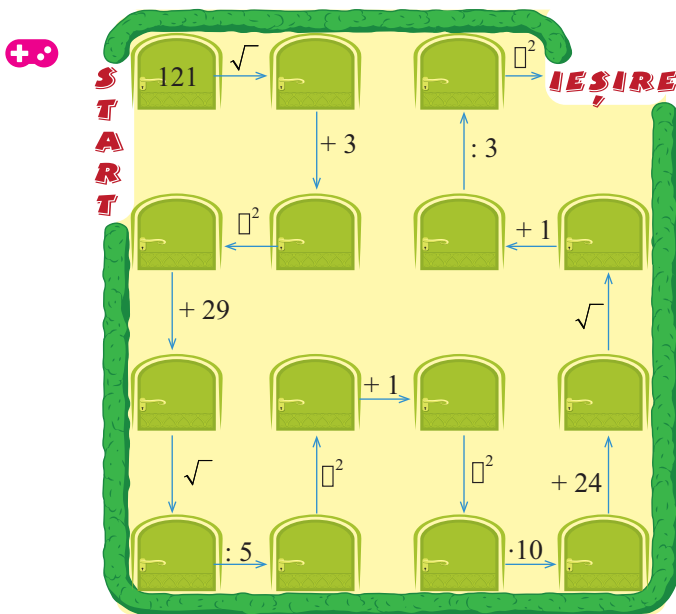
12 Compară numerele:

- a) $\sqrt{9} + \sqrt{16}$ și $\sqrt{9+16}$; b) $\sqrt{64} + \sqrt{36}$ și $\sqrt{64+36}$;
 c) $\sqrt{25} + \sqrt{144}$ și $\sqrt{25+144}$; d) $\sqrt{0} + \sqrt{16}$ și $\sqrt{0+16}$.

13 Stabilește dacă relația $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$ este adevărată pentru orice numere naturale a și b . Oferă un exemplu de numere naturale a și b pentru care $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$.

14 a) Urmărește operațiile și sensul de deplasare, indicate de săgeți, pentru a calcula rezultatele fiecărei porți din labirint.

b) Trasează drumul către ieșirea din labirint, alegând săgețile pe care sunt scrise rezultatele corecte.



Estimarea rădăcinii pătrate dintr-un număr rațional

Un inginer își dorește să obțină o estimare a lungimii ipotenuzei triunghiului dreptunghic din *Figura 3*.

Inginerul calculează mai întâi $11,25^2 + 15^2$. Ce rezultat obține? Dacă ai calculat corect, vei obține, precum inginerul, valoarea 351,5625. Pentru a estima valoarea numărului $\sqrt{351,5625}$, inginerul observă că $324 < 351,5625 < 361$, de unde obține că $18 < \sqrt{351,5625} < 19$. Prin urmare, numărul $\sqrt{351,5625}$ este un număr cuprins între 18 și 19.

În anumite situații, transformarea fracțiilor zecimale finite în fracții ordinare poate conduce la determinarea exactă a radicalului.

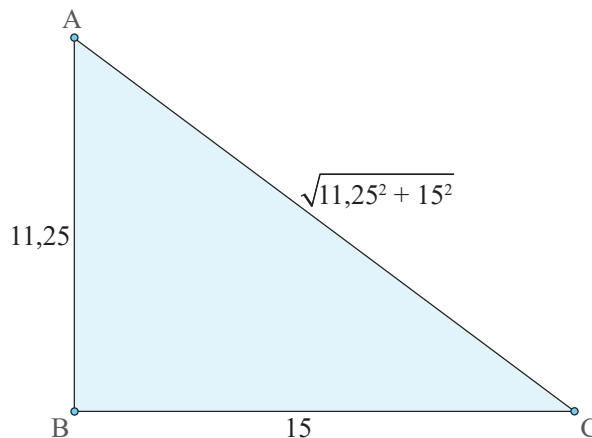


Figura 3

Amintește-ți!

1 Transformă următoarele fracții zecimale finite în fracții ordinare, urmărind, eventual, modelul alăturat.

- a) 1,69; b) 2,25; c) 2,89;
d) 4,41; e) 0,0081; f) 0,0121.

Model: $0,57 = \frac{57}{100}$.

2 Scrie următoarele fracții sub forma $\left(\frac{a}{b}\right)^2$:

- a) $\frac{169}{100}$; b) $\frac{25}{36}$; c) $\frac{9}{25}$; d) $\frac{121}{144}$;
e) $\frac{289}{100}$; f) $\frac{441}{100}$; g) $\frac{81}{10\,000}$; h) $\frac{9}{10\,000}$.

Model: $\frac{49}{100} = \left(\frac{7}{10}\right)^2$.



Important

- Pentru anumite numere raționale $\frac{p}{q}$, există numere raționale $\frac{a}{b}$, astfel încât $\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{p}{q}$.

Exemplu: Pentru $\frac{49}{100}$ există numărul rațional $\frac{7}{10}$, astfel încât $\left(\frac{7}{10}\right)^2 = \frac{49}{100}$.

- Există numere raționale care nu se pot scrie $\left(\frac{a}{b}\right)^2$, de exemplu $\frac{1}{2}$ sau numerele negative.
- Dacă pentru numărul rațional $\frac{p}{q} \geq 0$, există numărul rațional $\frac{a}{b} \geq 0$, astfel încât $\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{p}{q}$, atunci putem scrie $\sqrt{\frac{p}{q}} = \frac{a}{b}$ și citim: **rădăcina pătrată a numărului $\frac{p}{q}$ este numărul $\frac{a}{b}$ sau radical din $\frac{p}{q}$ este egal cu $\frac{a}{b}$.**

- Dacă $\frac{m}{n} \geq 0$ este un număr rațional pentru care nu există două numere, a întreg și b natural nenul, astfel încât $\frac{m}{n} = \left(\frac{a}{b}\right)^2$, atunci putem încadra numărul $\sqrt{\frac{m}{n}}$ între două numere naturale consecutive.

Exemple:

- a) Pentru $\sqrt{3}$. Numărul 3 se află între pătratele consecutive a două numere naturale: 1, respectiv 4. Dacă $1 < 3 < 4$, atunci $1 < \sqrt{3} < 2$.
- b) Pentru $\sqrt{\frac{9}{2}}$. Avem $\frac{9}{2} = 4,5$. Numărul 4,5 se află între pătratele consecutive a două numere naturale: 4, respectiv 9. Dacă $4 < \frac{9}{2} < 9$, atunci $2 < \sqrt{\frac{9}{2}} < 3$.

Exersează!

- 3** Asociază, după model, fiecare număr rațional de pe primul rând cu rădăcina pătrată a lui, de pe al doilea rând.

1. $\frac{4}{25}$

2. $\frac{1}{10\,000}$

3. $\frac{3^8}{5^2}$

4. $\frac{7^{16}}{81}$

a) $\frac{1}{100}$

b) $\frac{7^8}{9}$

c) $\frac{81}{5}$

d) $\frac{16}{625}$

e) $\frac{2}{5}$

Model: 1. \rightarrow e) deoarece $\sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{2}{5}$.

Știi că... ?

Determinarea rădăcinii pătrate era cunoscută încă din antichitate.

- 4** Calculează:

a) $\sqrt{\frac{16}{49}}$;

b) $\sqrt{\frac{1}{121}}$;

c) $\sqrt{\frac{64}{169}}$;

d) $\sqrt{\frac{100}{49}}$;

e) $\sqrt{\frac{144}{361}}$;

f) $\sqrt{\frac{1}{400}}$;

g) $\sqrt{\frac{225}{16}}$;

h) $\sqrt{\frac{49}{900}}$;

i) $\sqrt{\frac{1\,600}{81}}$;

j) $\sqrt{\frac{9}{196}}$.

- 5** Încadrează între două numere naturale consecutive, după model, următoarele numere:

a) $\sqrt{5}$;

b) $\sqrt{8}$;

c) $\sqrt{23}$;

d) $\sqrt{50}$;

e) $\sqrt{99}$;

f) $\sqrt{173}$;

g) $\sqrt{2,5}$;

h) $\sqrt{16,25}$.

Model: $4 < 5 < 9$ implică $2 < \sqrt{5} < 3$.

- 6** Încadrează numerele date între două numere naturale consecutive:

a) $\sqrt{6}$;

b) $\sqrt{111}$;

c) $\sqrt{28}$;

d) $\sqrt{32}$;

e) $\sqrt{\frac{74}{5}}$;

f) $\sqrt{\frac{81}{2}}$;

g) $\sqrt{405,23}$;

h) $\sqrt{\frac{1}{325}}$;

i) $\sqrt{\frac{85}{4}}$;

j) $\sqrt{\frac{1\,234}{100}}$.